

CETM
Curso de Especialização em
Tratamento de Minérios

Modelamento e simulação de processos

2. Balanço de massas

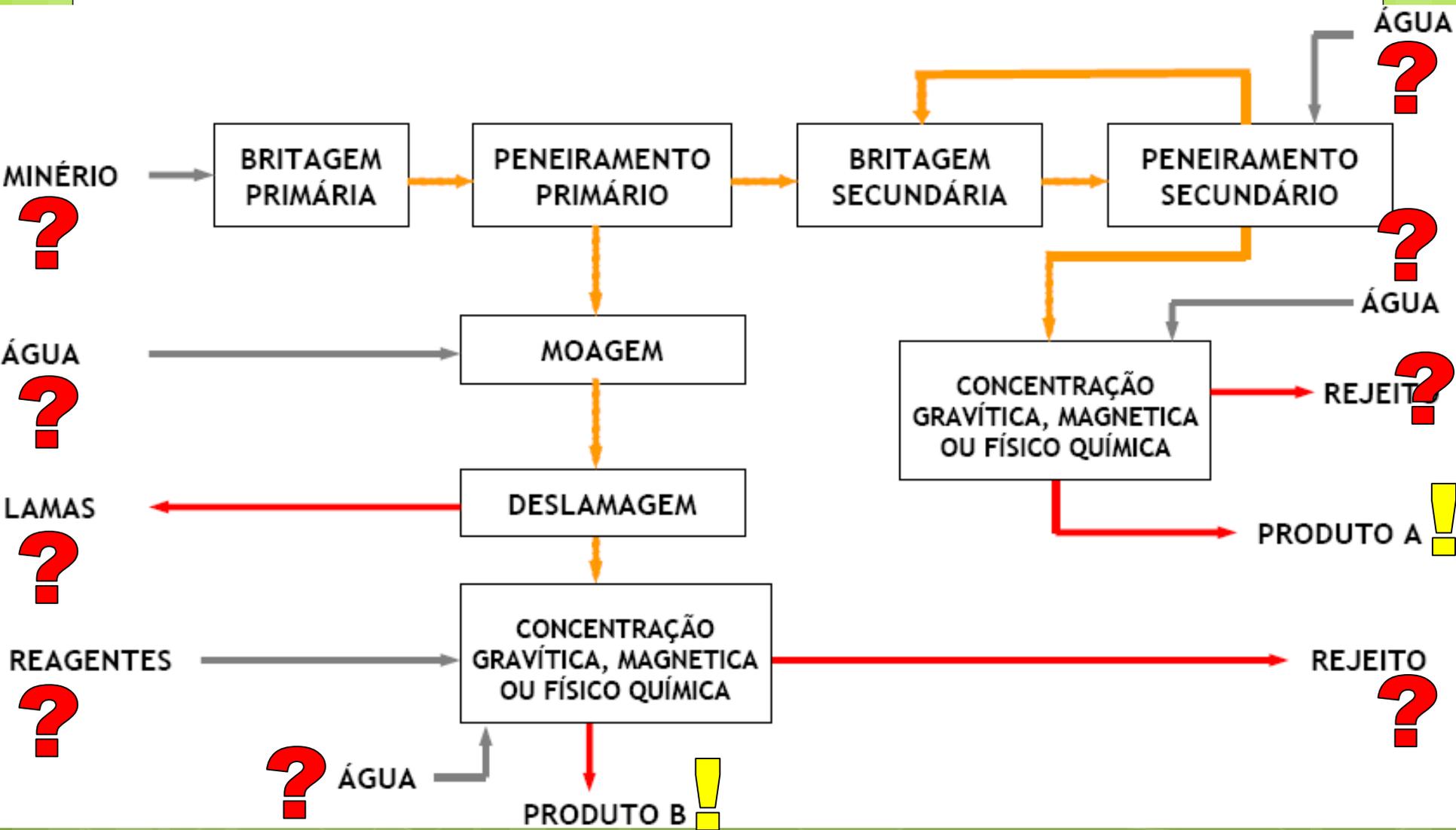
Prof. Dr. André Carlos Silva

1. INTRODUÇÃO

- Um dos princípios fundamentais da engenharia é o balanço de massas ou balanço material.
- O balanço de massas ou balanço material baseia-se no princípio de conservação de massa.

1. INTRODUÇÃO

- As finalidades do balanço são:
 - Dimensionamento dos equipamentos;
 - Controle de processo na produção;
 - Otimização dos processos;
 - Medição de resultados;
 - Medição da produção.



2. LEI DE LAVOISIER

- **Antoine Laurent Lavoisier** (1743-1794) propôs a chamada Lei de Lavoisier, que diz que:

“A massa não pode ser criada nem destruída, porém, pode ser transformada”



3. DEFINIÇÕES

○ SISTEMA

- É definido como um **espaço selecionado da natureza**, que pode ser sujeito a definição e à apreciação de propriedades físicas, químicas, bioquímicas e/ou biológicas.
- É o nosso objetivo de estudo, como por exemplo a usina de Sossego...

3. DEFINIÇÕES

○ PROCESSO

- É cada uma das **etapas** que promovem mudanças das propriedades do sistema;
- Os processos podem ser classificados em batelada, contínuos ou semi-contínuos.
- A classificação se baseia no procedimento de entrada e saída dos materiais.

3. DEFINIÇÕES

○ Processos em batelada

- A alimentação é introduzida no sistema de uma só vez, no início do processo e todos os produtos são retirados algum tempo depois.
- Nenhuma massa atravessa a fronteira do sistema no intervalo de tempo decorrido entre a alimentação e a remoção dos produtos.

3. DEFINIÇÕES

- **Processos em batelada**

- **Exemplo:**

- Adição instantânea de reagentes em um tanque e remoção dos produtos e reagentes não consumidos algum tempo depois, quando o sistema atingiu o equilíbrio;
- Panela de pressão;
- Cozimento de pão;
- Preparação de uma vitamina em um liquidificador.

3. DEFINIÇÕES

○ **Processos contínuos**

- A alimentação e os produtos fluem continuamente enquanto dura o processo.
- Há contínua passagem de matéria através das fronteiras do sistema.

3. DEFINIÇÕES

- **Processos contínuos**

- **Exemplo:**

- Bombeamento de uma mistura de líquidos a uma vazão constante em um tanque e retirada dos produtos a mesma vazão constante.
 - Evaporador (processo industrial) de suco de laranja.

3. DEFINIÇÕES

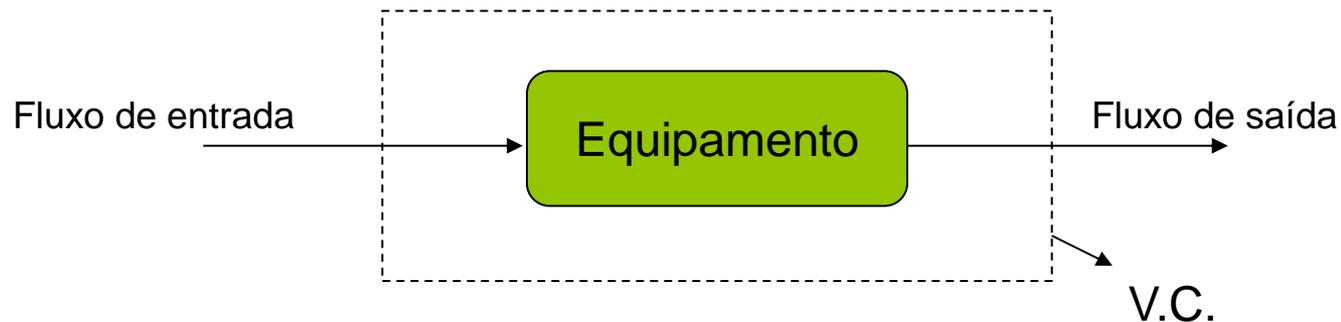
○ FRONTEIRAS

- **Limites reais** ou **conceituais** que separam o sistema do ambiente envolvente;

3. DEFINIÇÕES

- **VOLUME DE CONTROLE (VC)**

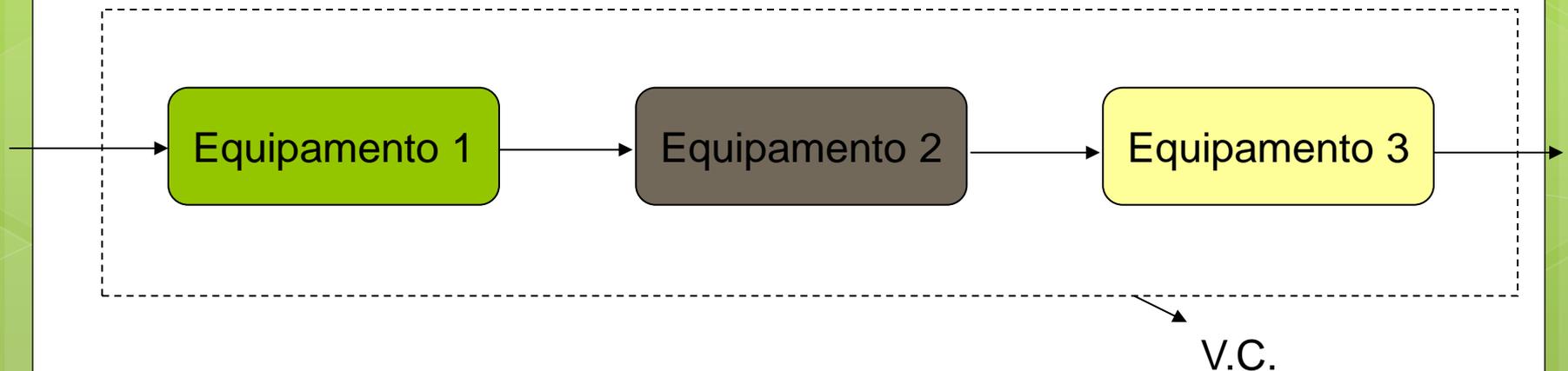
- É uma **pequena parte** do sistema escolhido para se aplicar o balanço de massa.



Processo com apenas uma etapa

3. DEFINIÇÕES

o VOLUME DE CONTROLE (VC)

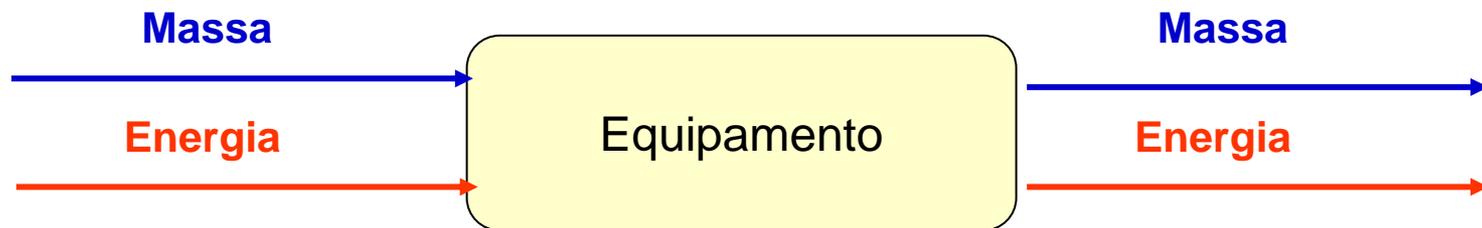


Processo com várias etapas diferentes

3. DEFINIÇÕES

○ SISTEMA ABERTO

- É o sistema que permite o **fluxo de matéria** através da fronteira do sistema.



3. DEFINIÇÕES

○ SISTEMA ABERTO

- Esta é uma característica de processos em **regime permanente** (processos contínuos).

Este é o tipo de sistema que nos interessa em PM, pois os equipamentos usados são sistemas abertos!

3. DEFINIÇÕES

○ SISTEMA FECHADO

- Neste tipo de sistema não ***há transferência de massa*** através da fronteira do sistema no intervalo de tempo de interesse (a massa é fixa dentro do sistema).

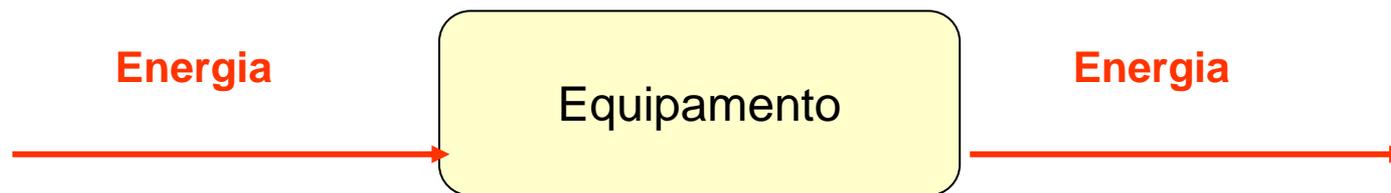
$$\frac{dm}{dt} = 0$$

Ou seja, a massa do sistema é constante

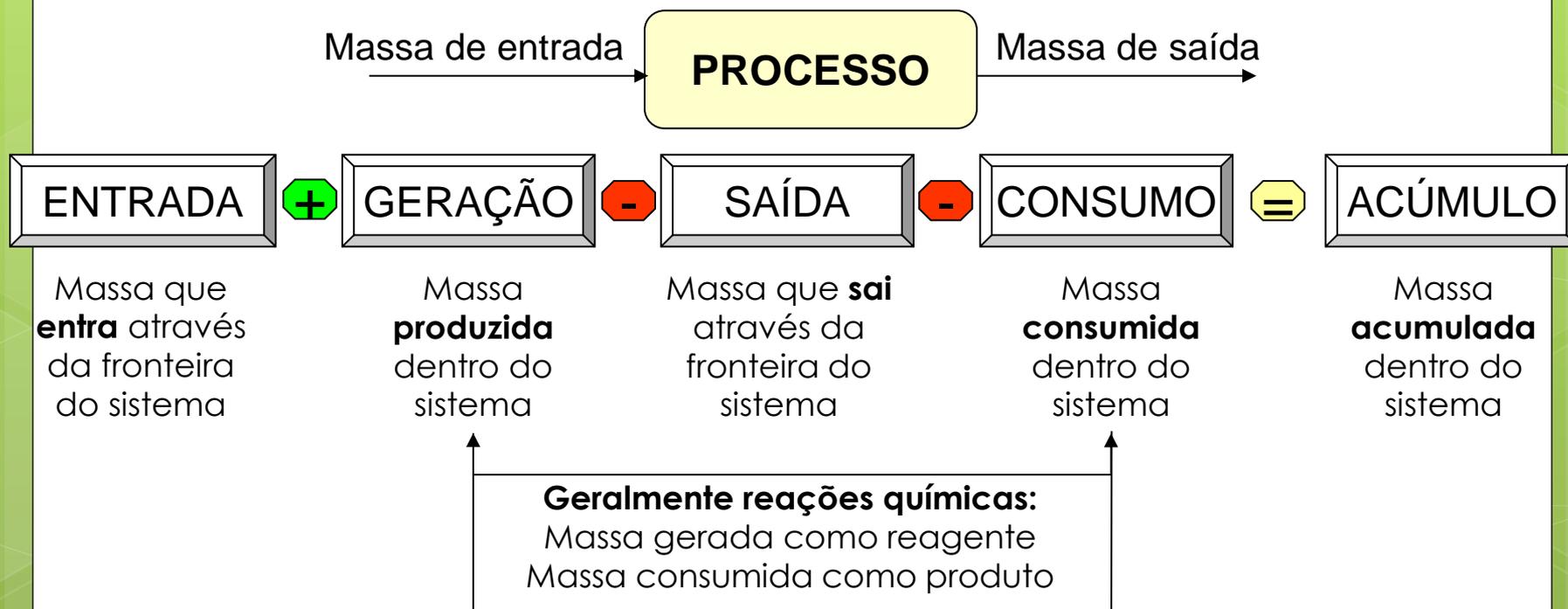
3. DEFINIÇÕES

○ SISTEMA FECHADO

- É uma característica de **regime transiente** ou **batelada** (processos descontínuos). é



4. EQUAÇÃO GERAL



4. EQUAÇÃO GERAL

- **Exemplo da equação geral do balanço:**
 - A cada ano, 50.000 pessoas se mudam para uma cidade, 75.000 pessoas abandonam a cidade, 22.000 pessoas nascem e 19.000 morrem.
 - Escreva o balanço da população **P** desta cidade.

4. EQUAÇÃO GERAL

- **Exemplo da equação geral do balanço:**
 - Termos da equação do balanço:
 - **Entrada** = 50.000 pessoas/ano;
 - **Geração** = 22.000 pessoas/ano;
 - **Consumo** = 19.000 pessoas/ano;
 - **Saída** = 75.000 pessoas/ano;
 - **Acúmulo** = ??? pessoas/ano.

4. EQUAÇÃO GERAL

- *Exemplo da equação geral do balanço:*

Acúmulo = Entrada + Geração – Saída – Consumo

$$\text{Acúmulo} = 50000 + 22000 - 75000 - 19000$$

Acúmulo = - 22.000 pessoas/ano

Assim sendo, a cada ano, a população da cidade *diminui* em 22.000 habitantes...

5. TIPOS DE BALANÇO

- Dois tipos de balanços de materiais podem ser descritos:
 - Balanço integral e
 - Balanço diferencial.

5.1. Balanço integral

- Descreve o que acontece **entre dois instantes de tempo**.
- Cada termo da equação do balanço é uma porção da grandeza balanceada e tem as unidades correspondentes (ex: kg, L, ton, m³).

5.1. Balanço integral

- É normalmente aplicado a **processos em batelada** (descontínuo), onde os dois instantes de tempo são o momento depois da entrada das matérias-primas (antes do processo se iniciar) e o momento antes da retirada dos produtos (término do processo).

5.2. Balanço diferencial

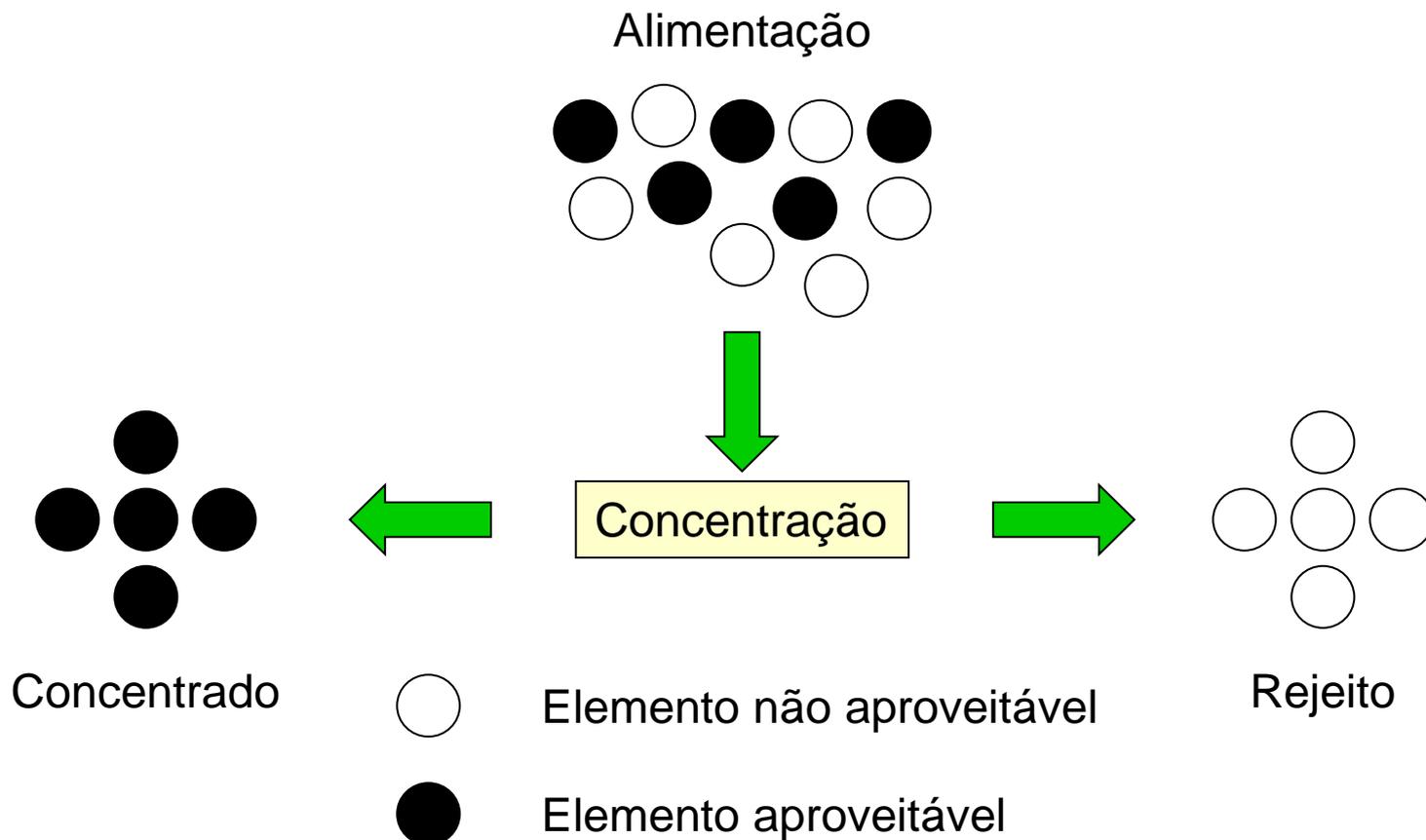
- Indica o que está acontecendo em um sistema em um **determinado instante de tempo**.
- Cada termo da equação do balanço é uma taxa, e tem as unidades da quantidade dividida por uma unidade de tempo.

5.2. Balanço diferencial

- Exemplos: kg/h, ton/h, m³/h, L/h, etc.
- É usualmente utilizado em **processos contínuos**.

Este é o tipo de balanço que mais nos interessa em PM pois os equipamentos usados são de operação contínua.

6. BALANÇO DE MASSA



6. BALANÇO DE MASSA

- Da figura anterior percebe-se que:
 - O concentrado possui apenas o **elemento útil**;
 - O rejeito possui apenas o **elemento não útil**;
 - O **teor** no concentrado é **maior** que o da alimentação;

6. BALANÇO DE MASSA

- Da figura anterior percebe-se que:
 - A recuperação (dada pela relação entre a massa de elemento útil presente no concentrado e a massa de elemento útil presente na alimentação) **é igual a 100%**.
- ***Em casos reais a complexidade deste cálculo é maior.***

6. BALANÇO DE MASSA

- Os valores máximos de teor no concentrado e de recuperação não são alcançados.
- Feitas tais considerações pode-se definir as seguintes relações:

6.1. Equacionamento

$$A = C + E \quad (1)$$

Massa da alimentação

$$aA = cC + eE \quad (2)$$

Massa da espécie i na alimentação

$$R = \frac{cC}{aA} \quad (3)$$

Recuperação da espécie i

- Onde:
 - **A** = massa da alimentação;
 - **C** = massa do concentrado;
 - **E** = massa do rejeito;
 - **a** = teor da espécie i na alimentação;
 - **c** = teor da espécie i no concentrado;
 - **e** = teor da espécie i no rejeito;
 - **R** = recuperação da espécie i ;
 - **Rc** = razão de concentração;
 - **Re** = razão de enriquecimento;
 - **Y** = recuperação mássica ou rendimento em massa (mássico).

6.1. Equacionamento

$$R = \frac{c(a - e)}{a(c - e)} \quad (4)$$

Recuperação da espécie i

$$R_c = \frac{A}{C} \quad (5)$$

Razão de concentração

- Onde:
 - **A** = massa da alimentação;
 - **C** = massa do concentrado;
 - **E** = massa do rejeito;
 - **a** = teor da espécie i na alimentação;
 - **c** = teor da espécie i no concentrado;
 - **e** = teor da espécie i no rejeito;
 - **R** = recuperação da espécie i ;
 - **R_c** = razão de concentração;
 - **Re** = razão de enriquecimento;
 - **Y** = recuperação mássica ou rendimento em massa (mássico).

6.1. Equacionamento

$$Y = \frac{C}{A} = \frac{(a - e)}{(c - e)} \quad (6)$$

Recuperação mássica

$$R_e = \frac{c}{a} \quad (7)$$

Razão de enriquecimento

- Onde:
 - **A** = massa da alimentação;
 - **C** = massa do concentrado;
 - **E** = massa do rejeito;
 - **a** = teor da espécie *i* na alimentação;
 - **c** = teor da espécie *i* no concentrado;
 - **e** = teor da espécie *i* no rejeito;
 - **R** = recuperação da espécie *i*;
 - **Rc** = razão de concentração;
 - **Re** = razão de enriquecimento;
 - **Y** = recuperação mássica ou rendimento em massa (mássico).

6.2. Exemplos

- Considere o trecho do fluxograma produtivo a seguir da mina de Sossego em Canaã dos Carajás, Pará (produção de cobre da Vale), mostrando a **britagem primária** do mineral.
- **PRODUÇÃO**: 500.000 t/ano de concentrado de cobre.
- Os valores apresentados são fictícios.

Sequeirinho

Sossego

SERRA DO SOSSEGO
JANEIRO DE 2002

PROJETO MINA SERRA DO SOSSEGO - (15 MTPA)

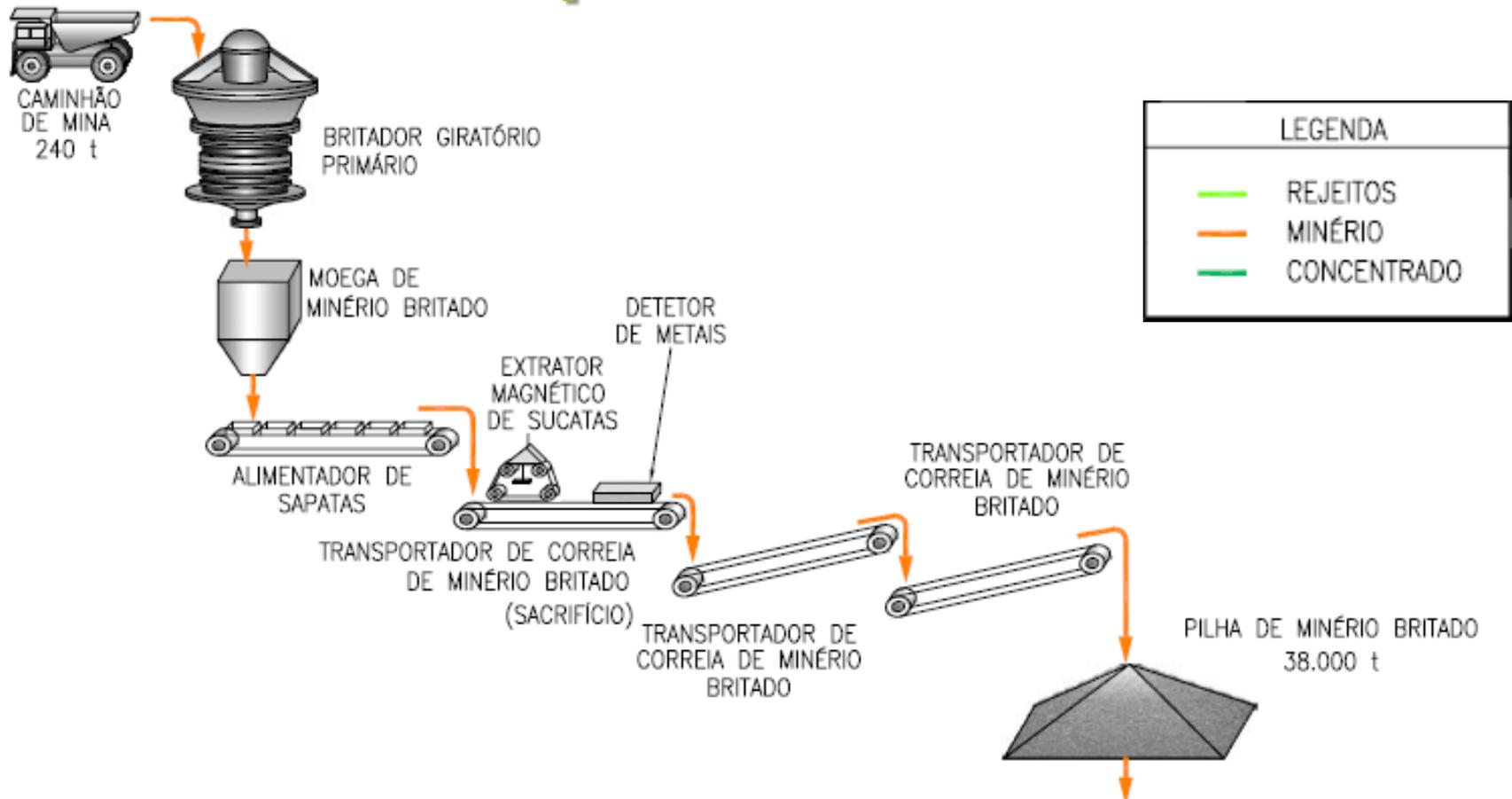


**SERRA DO SOSSEGO
DEZEMBRO DE 2002**



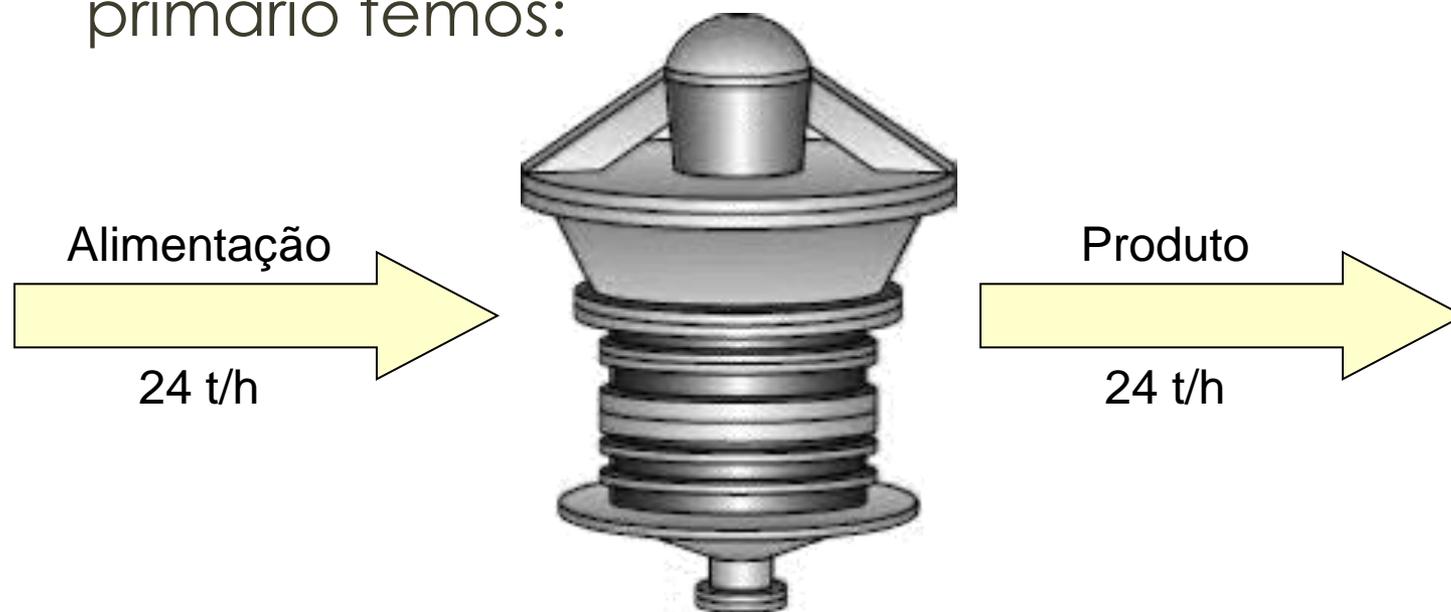
SERRA DO SOSSEGO
ABRIL DE 2004

6.2. Exemplos



6.2. Exemplos

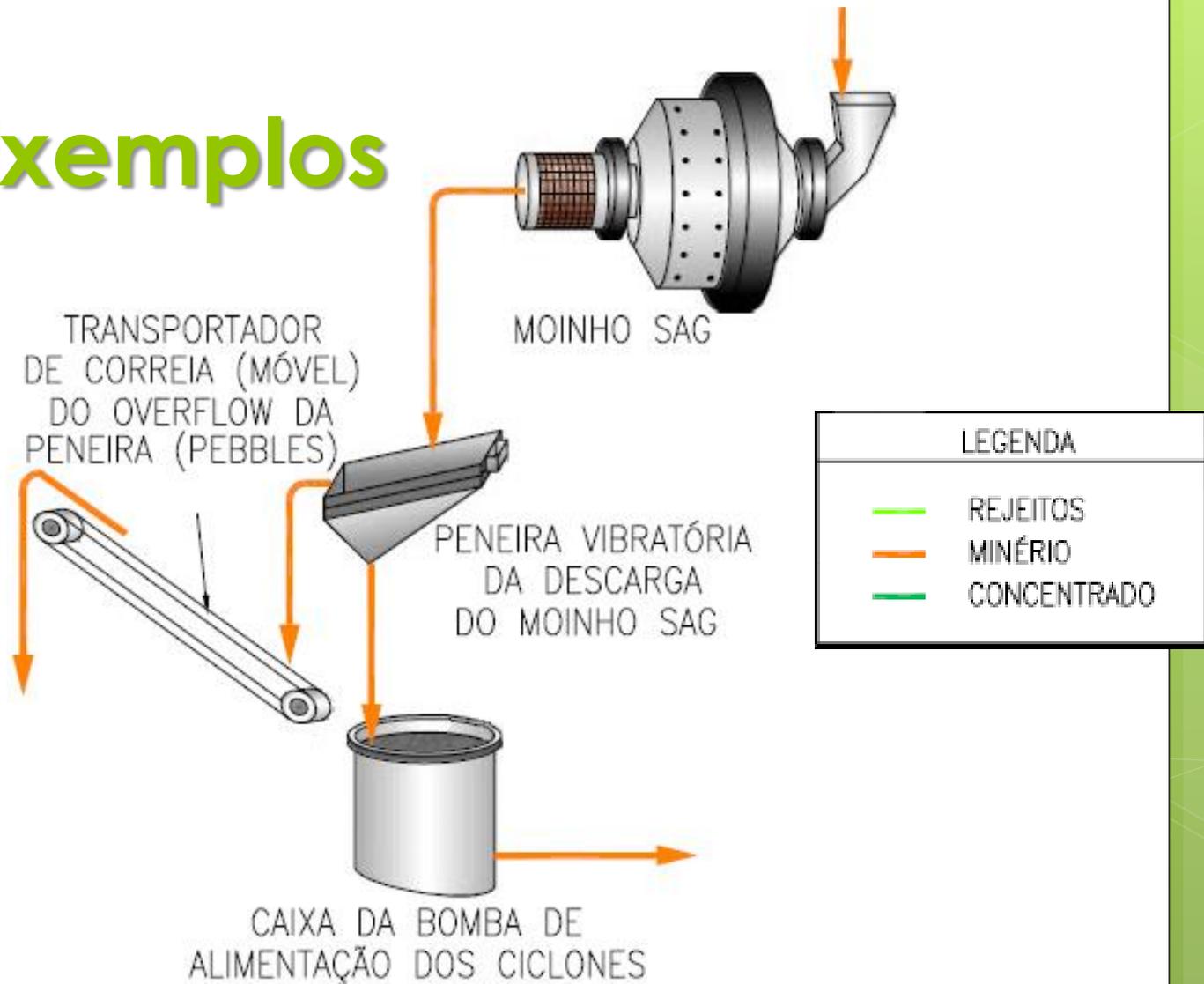
- Isolando apenas o britador giratório primário temos:



6.2. Exemplos

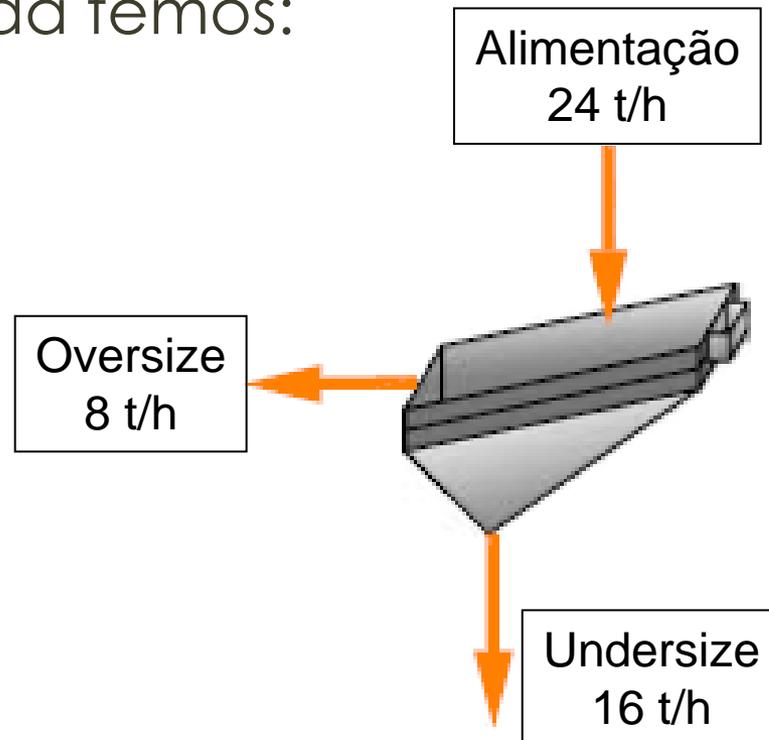
- Nota-se que para o caso de um britador não é necessário nenhum tipo de balanço de massa, pois o equipamento só possui um produto.
- Vejamos mais uma parte do fluxograma de Sossego, envolvendo agora a parte de **peneiramento**.

6.2. Exemplos



6.2. Exemplos

- Isolando apenas a peneira vibratória inclinada temos:



6.2. Exemplos

- Neste caso percebe-se que é válida a equação (1), considerando não concentrado e rejeito, mas sim *oversize* e *undersize*. Desta forma, temos:

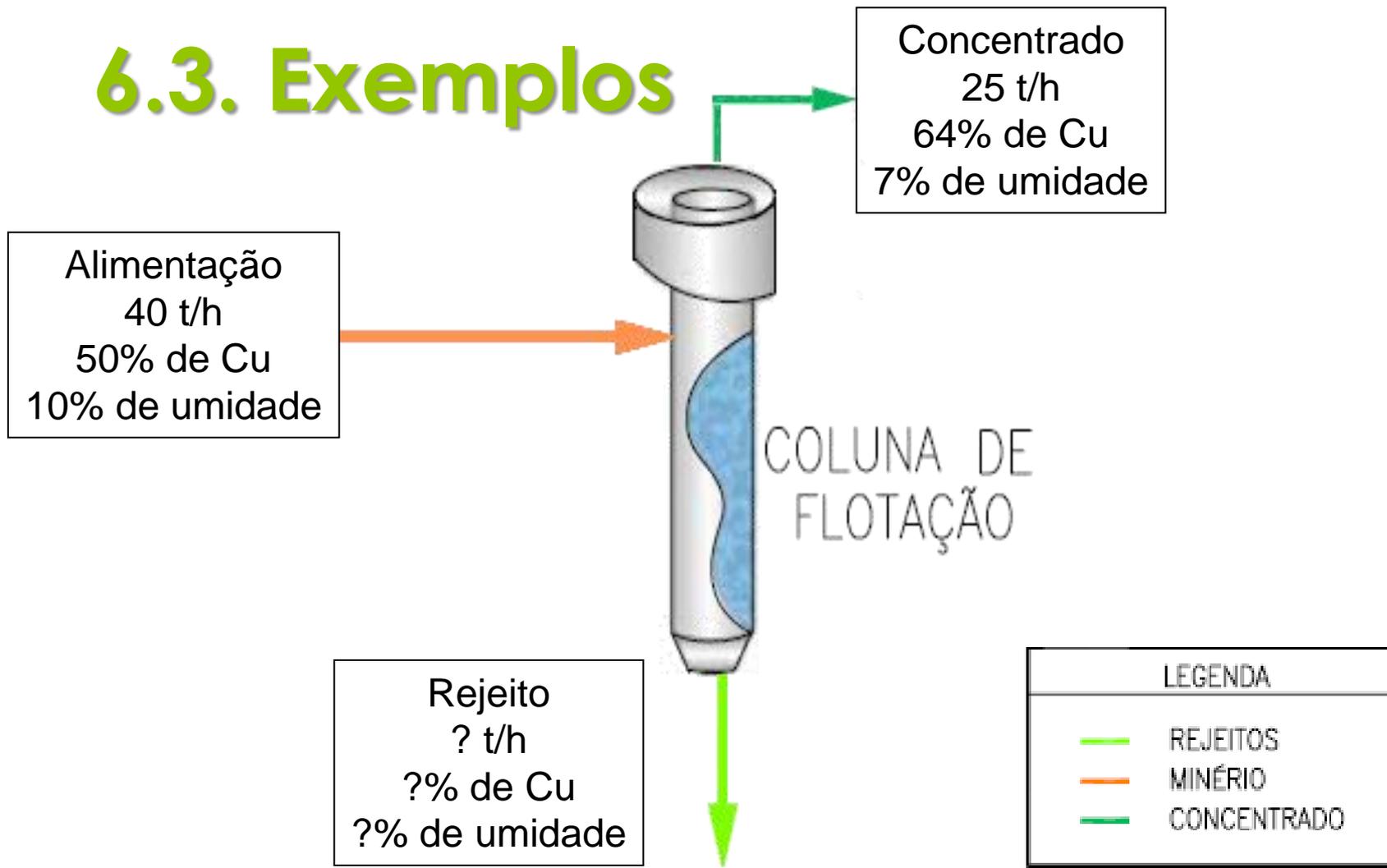
$$A = C + E$$

$$A = 8 + 16 = 24$$

6.2. Exemplos

- Novamente o balanço de massa se mostra trivial. Isto porque não foi considerado o balanço de água (retornaremos neste exemplo depois).
- Vejamos mais uma parte do fluxograma de Sossego, envolvendo agora a parte de **colunas de flotação**.

6.3. Exemplos



6.3. Exemplos

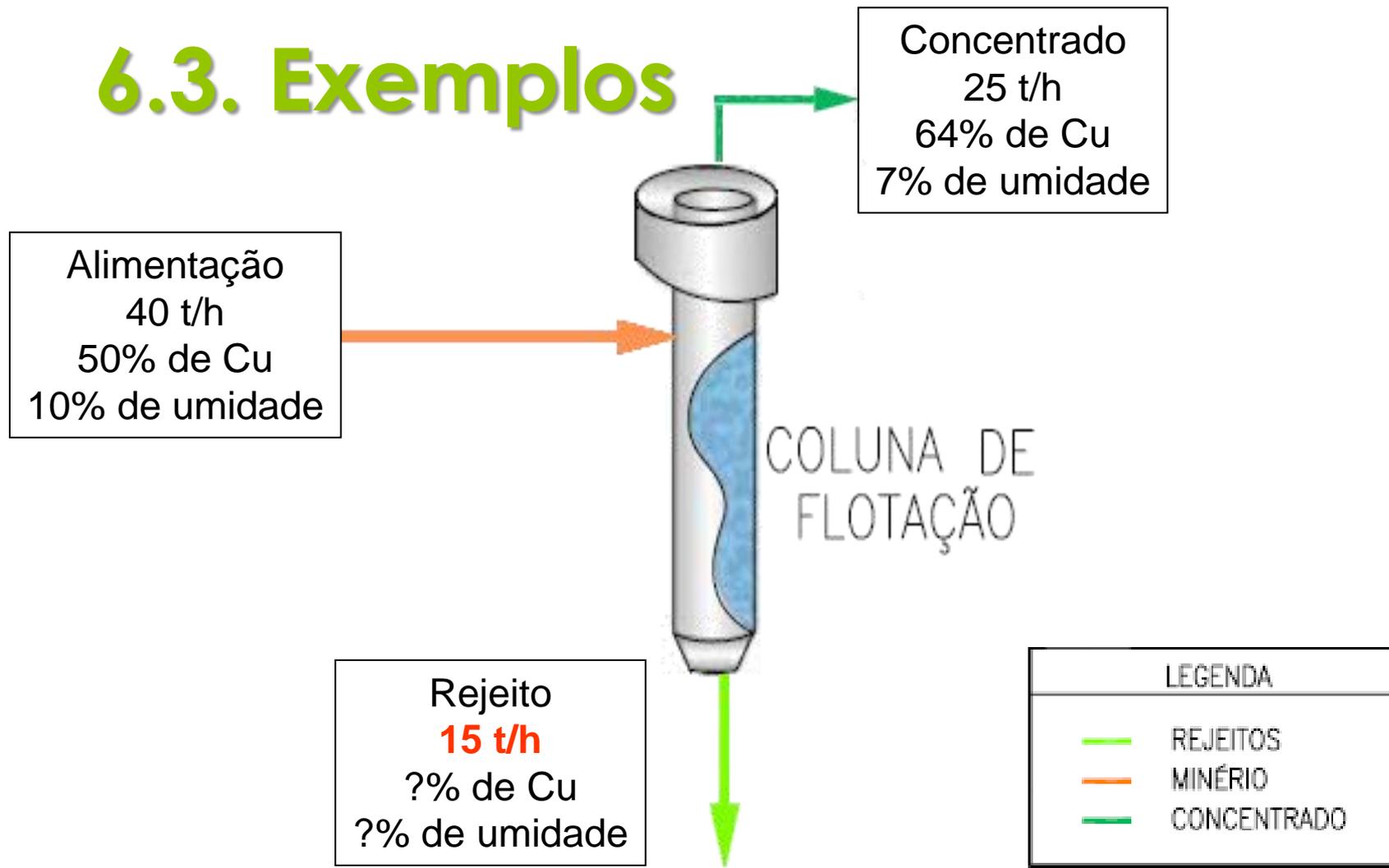
- O balanço de massas propriamente dito corresponde à equação (1) e, neste caso, será dado por:

$$A = C + E$$

$$40 = 25 + E$$

$$E = 15 \text{ t/h}$$

6.3. Exemplos



6.3. Exemplos

- A massa de cobre contida na alimentação da coluna de flotação (aA) será $0,5 \times 40 = \mathbf{20 \text{ t/h de Cu contido}}$.
- Como a massa de cobre se conserva, a quantidade de cobre a deixar o sistema no rejeito (eE) será $20 - 16 = \mathbf{4 \text{ t/h de Cu contido}}$.

6.3. Exemplos

- Este balanço é chamado de **balanço metalúrgico** e corresponde à conservação da massa para o metal contido.
- Assim sendo pode-se calcular o teor de Cu no rejeito da seguinte forma:

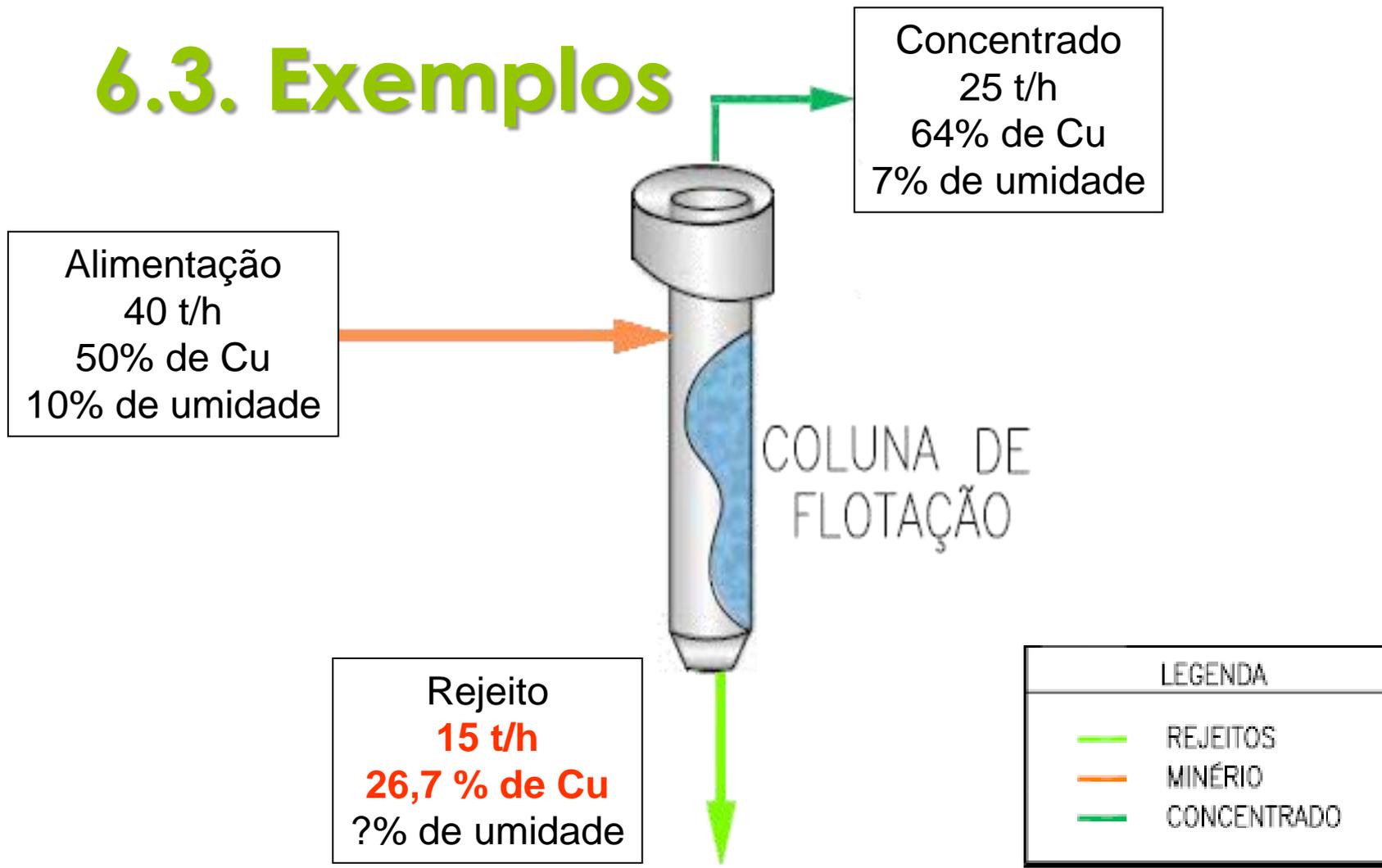
$$eE = aA - cC = 20 - 16 = 4 \text{ t/h}$$

6.3. Exemplos

- Mas sabemos que $E = 15 \text{ t/h}$ então:

$$e = \frac{4 \text{ t/h}}{15 \text{ t/h}} \cdot 100\% = 26,7\%$$

6.3. Exemplos



6.3. Exemplos

- Resta então calcular o teor de umidade do rejeito.
- A alimentação existim da coluna é de 40 t/h, sendo que destas 40 t/h tem-se 10% de teor de umidade. Desta forma, a quantidade de água na alimentação será $40 \times 0,1 = \mathbf{4 \text{ t/h de água contida.}}$

6.3. Exemplos

- Tem-se uma massa de concentrado de 25 t/h, sendo que desta massa apenas 7% é de água.
- Assim sendo, a massa de água presente no concentrado é de $25 \times 0,07 = 1,75 \text{ t/h}$ de água.

6.3. Exemplos

- Sabendo que a massa de água também se conserva neste exemplo (desconsideremos a água de lavagem aspergida na coluna), a quantidade de água no rejeito será dada por:

$$A = C + E$$

$$\Rightarrow$$

$$4 = 1,75 + E$$

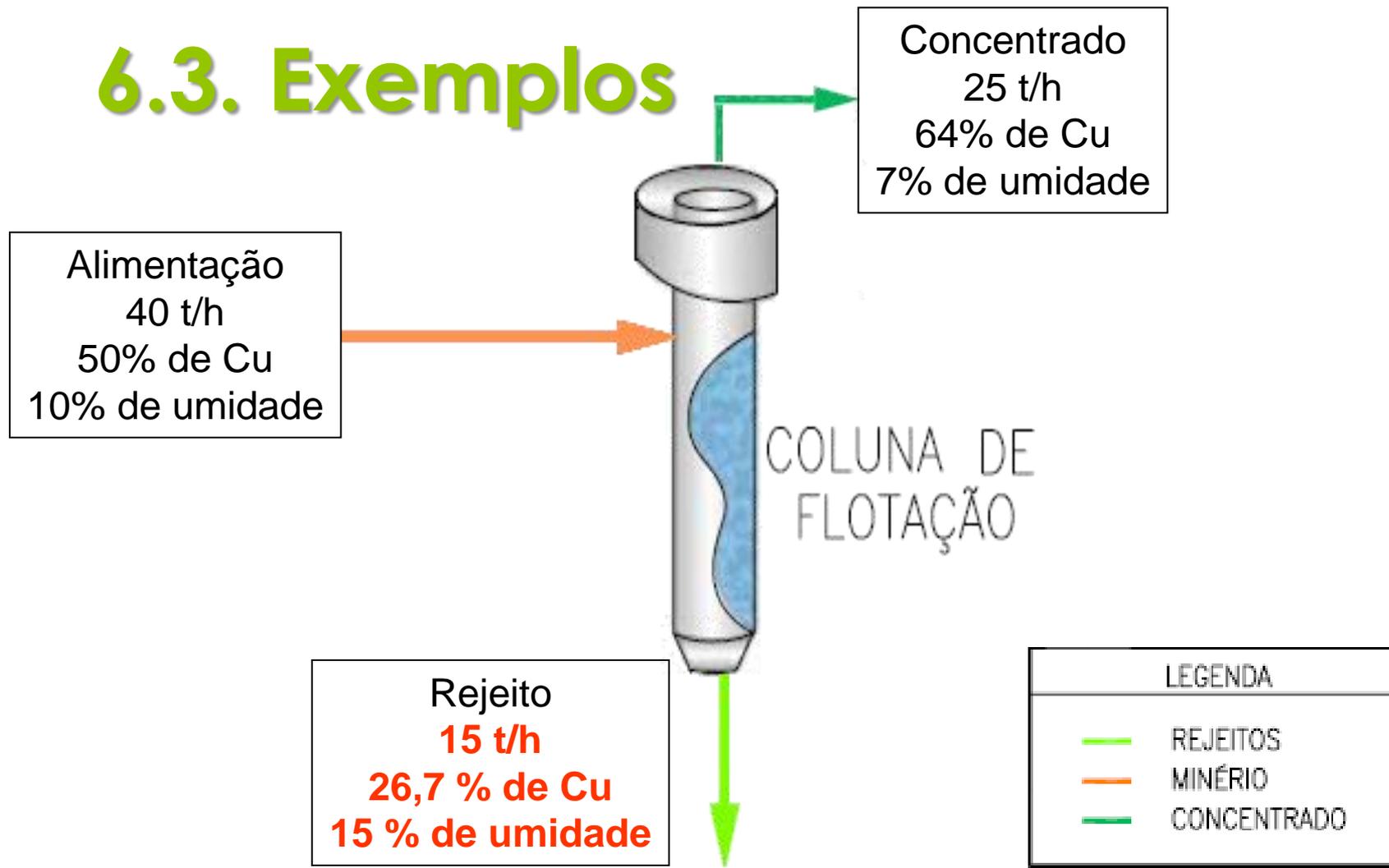
$$E = 2,25 \text{ t/h}$$

6.3. Exemplos

- Este último balanço é denominado de **balanço de água** e corresponde à conservação da massa de água.
- Para calcular o teor de umidade no rejeito basta dividir a massa de água pela massa de rejeito total:

$$Umidade_{rejeito} = \frac{2,25 \text{ t/h}}{15 \text{ t/h}} \cdot 100\% = 15\% \text{ de umidade}$$

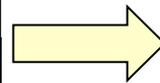
6.3. Exemplos



6.3. Exemplos

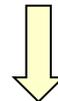
- A representação anterior não é usada nas operações unitárias de processamento mineral.
- O mais comum é a adoção de uma tabela com as identificações do fluxo. Assim sendo:

Alimentação	
40	44
-	4
10	-
20	50



Operação unitária

Concentrado	
25	26,75
-	1,75
7	-
16	64

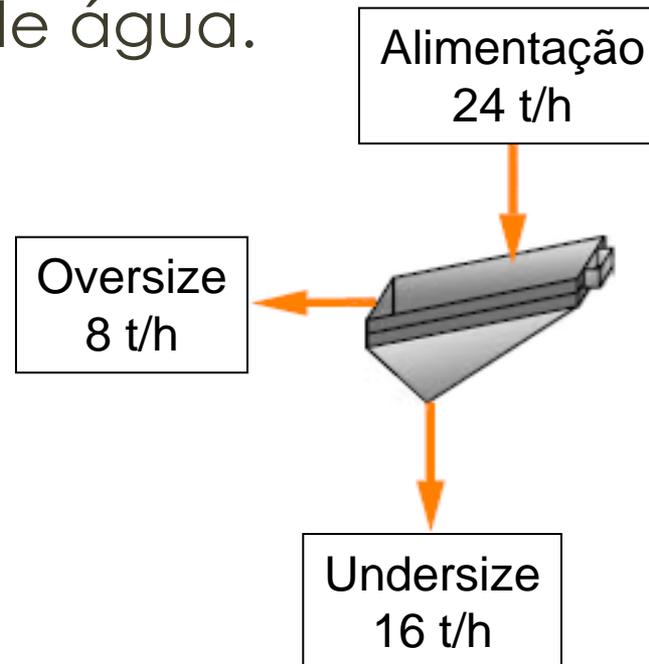


Rejeito	
15	17,25
-	2,25
15	-
4	26,7

Identificação do fluxo	
t/h sólíd.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

6.4. Exemplos

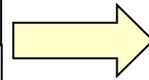
- Seja agora voltarmos no exemplo do peneiramento, considerando desta vez a partição de água.



6.4. Exemplos

- Se for conhecido a porcentagem de umidade da alimentação e de um produto pode-se facilmente calcular a partição de água.
- Consideremos que a alimentação e o *undersize* possuem 40% de umidade.

Alimentação	
14,4	24
-	9,6
40	-
-	-



Peneiramento

Oversize	
4,8	8
-	3,2
40	-
-	-



Identificação do fluxo	
t/h sólido.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

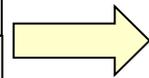


Undersize	
9,6	16
-	6,4
40	-
-	-

6.4. Exemplos

- Assim sendo, pode-se concluir que o balanço de massa de uma peneira é realizado em função da água e dos materiais sólidos.
- Seja agora mais um exemplos usando uma tabela:

Alimentação	
40	?
48	?
-	-
?	48



Operação unitária

Concentrado	
25	?
?	?
-	-
?	64

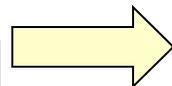


Rejeito	
?	50
?	?
-	-
?	?

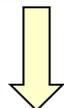
Identificação do fluxo	
t/h sólíd.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

Concentrado	
25	?
?	?
-	-
?	64

Alimentação	
40	?
48	?
-	-
?	48



Operação unitária



Rejeito	
15	50
?	?
-	-
?	?

Identificação do fluxo	
t/h sólíd.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

$$E = 40 - 25 = 15 \text{ t/h}$$

Concentrado	
25	?
?	?
-	-
?	64

Operação unitária

Rejeito	
15	50
?	?
-	-
3,2	?

Identificação do fluxo	
t/h sólido.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

Alimentação	
40	?
48	?
-	-
?	48

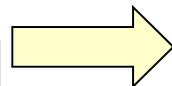
$$Fe \text{ no E} = Fe \text{ na A} - Fe \text{ no C}$$

$$eE = 0,48 \cdot 40 - 0,64 \cdot 25$$

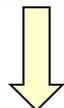
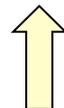
$$eE = 3,2 \text{ t/h}$$

Concentrado	
25	?
?	?
-	-
?	64

Alimentação	
40	?
48	?
-	-
?	48



Operação unitária



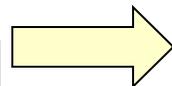
Rejeito	
15	50
?	?
-	-
3,2	21,3

Identificação do fluxo	
t/h sólíd.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

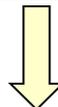
$$\begin{aligned} \% \text{ Fe no E} &= e \\ e &= (3,2/15) * 100\% \\ e &= 21,3 \% \text{ Fe} \end{aligned}$$

Concentrado	
25	?
?	?
-	-
?	64

Alimentação	
40	83,3
48	?
-	-
?	48



Operação unitária



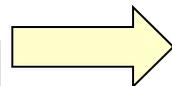
Rejeito	
15	50
?	?
-	-
3,2	21,3

Identificação do fluxo	
t/h sólíd.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

Vazão de polpa da A
= 40 / 0,48
= 83,3 t/h de polpa

Concentrado	
25	?
?	?
-	-
?	64

Alimentação	
40	83,3
48	?
-	-
?	48



Operação unitária



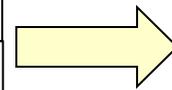
Rejeito	
15	50
30	?
-	-
3,2	21,3

Identificação do fluxo	
t/h sólíd.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

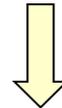
$$\begin{aligned} \text{\% sólidos do E} &= (15 / 50) * 100\% \\ &= 30\% \end{aligned}$$

Concentrado	
25	33,3
?	?
-	-
?	64

Alimentação	
40	83,3
48	?
-	-
?	48



Operação unitária



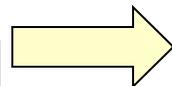
Rejeito	
15	50
30	?
-	-
3,2	21,3

Identificação do fluxo	
t/h sólido.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

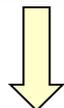
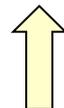
Vazão de polpa do C
 $C = A - E$
 $C = 83,3 - 50$
 $C = 33,3 \text{ t/h de polpa}$

Concentrado	
25	33,3
75,1	?
-	-
?	64

Alimentação	
40	83,3
48	?
-	-
?	48



Operação unitária



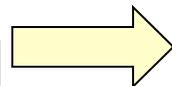
Rejeito	
15	50
30	?
-	-
3,2	21,3

Identificação do fluxo	
t/h sólíd.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

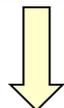
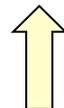
$$\begin{aligned} \text{\% sólidos do C} &= (25 / 33,3) * 100\% \\ &= 75,1\% \end{aligned}$$

Concentrado	
25	33,3
75,1	?
-	-
?	64

Alimentação	
40	83,3
48	43,3
-	-
?	48



Operação unitária



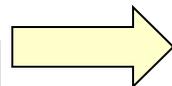
Rejeito	
15	50
30	?
-	-
3,2	21,3

Identificação do fluxo	
t/h sólíd.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

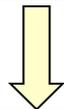
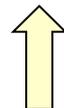
Vazão de Água na A
= 83,3 – 40
= 43,3 m³/h de água

Concentrado	
25	33,3
75,1	8,3
-	-
?	64

Alimentação	
40	83,3
48	43,3
-	-
?	48



Operação unitária



Rejeito	
15	50
30	?
-	-
3,2	21,3

Identificação do fluxo	
t/h sólíd.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

Vazão de Água no C
= 33,3 – 25
= 8,3 m³/h de água

Concentrado	
25	33,3
75,1	8,3
-	-
?	64



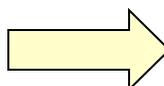
Operação unitária



Rejeito	
15	50
30	35
-	-
3,2	21,3

Identificação do fluxo	
t/h sólíd.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

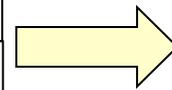
Alimentação	
40	83,3
48	43,3
-	-
?	48



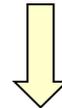
Vazão de Água no E
= 50 – 15
= 35 m³/h de água

Concentrado	
25	33,3
75,1	8,3
-	-
?	64

Alimentação	
40	83,3
48	43,3
-	-
19,2	48



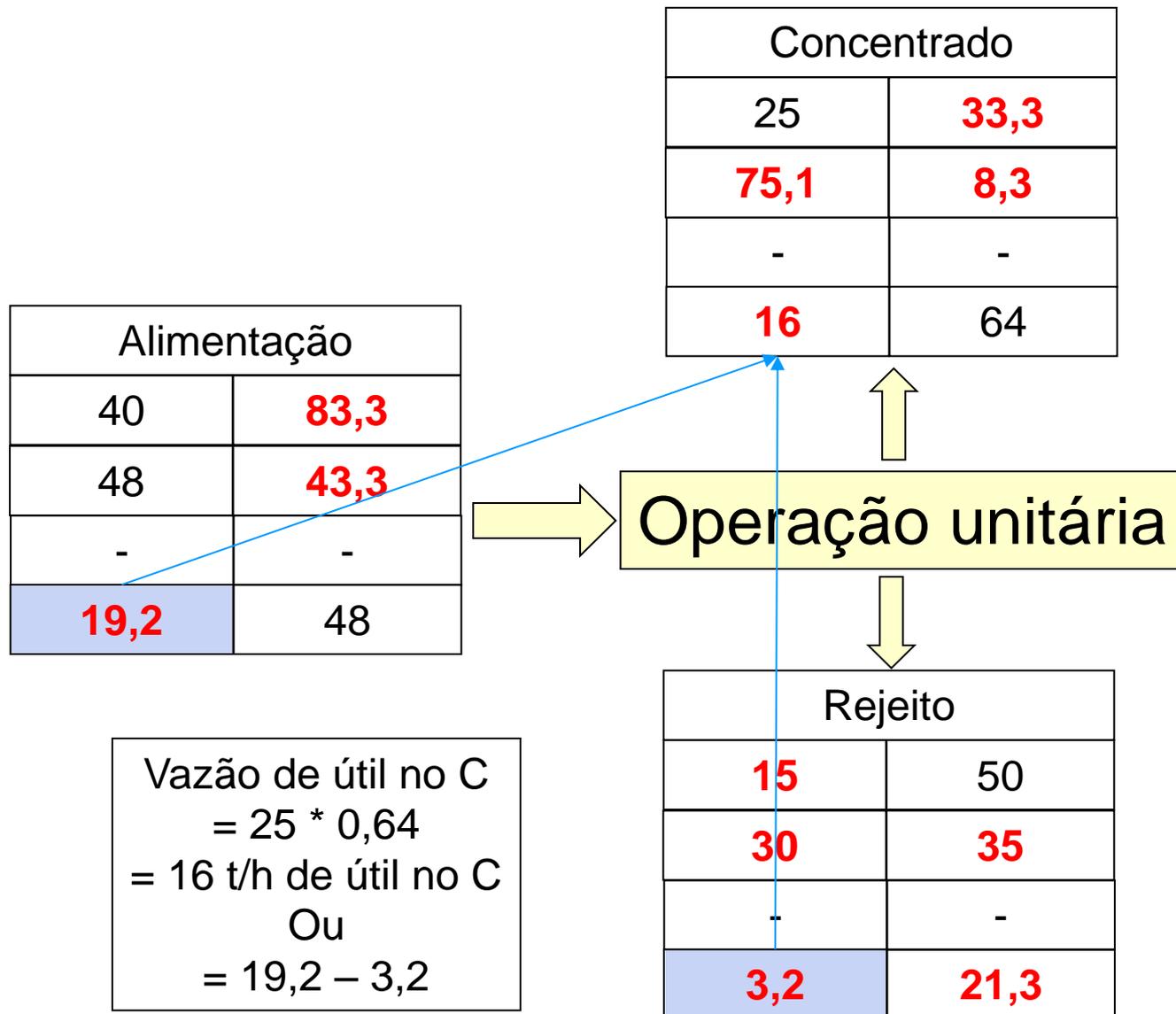
Operação unitária



Rejeito	
15	50
30	35
-	-
3,2	21,3

Identificação do fluxo	
t/h sólíd.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

Vazão de útil na A
= 40 * 0,48
= 19,2 t/h de útil na A



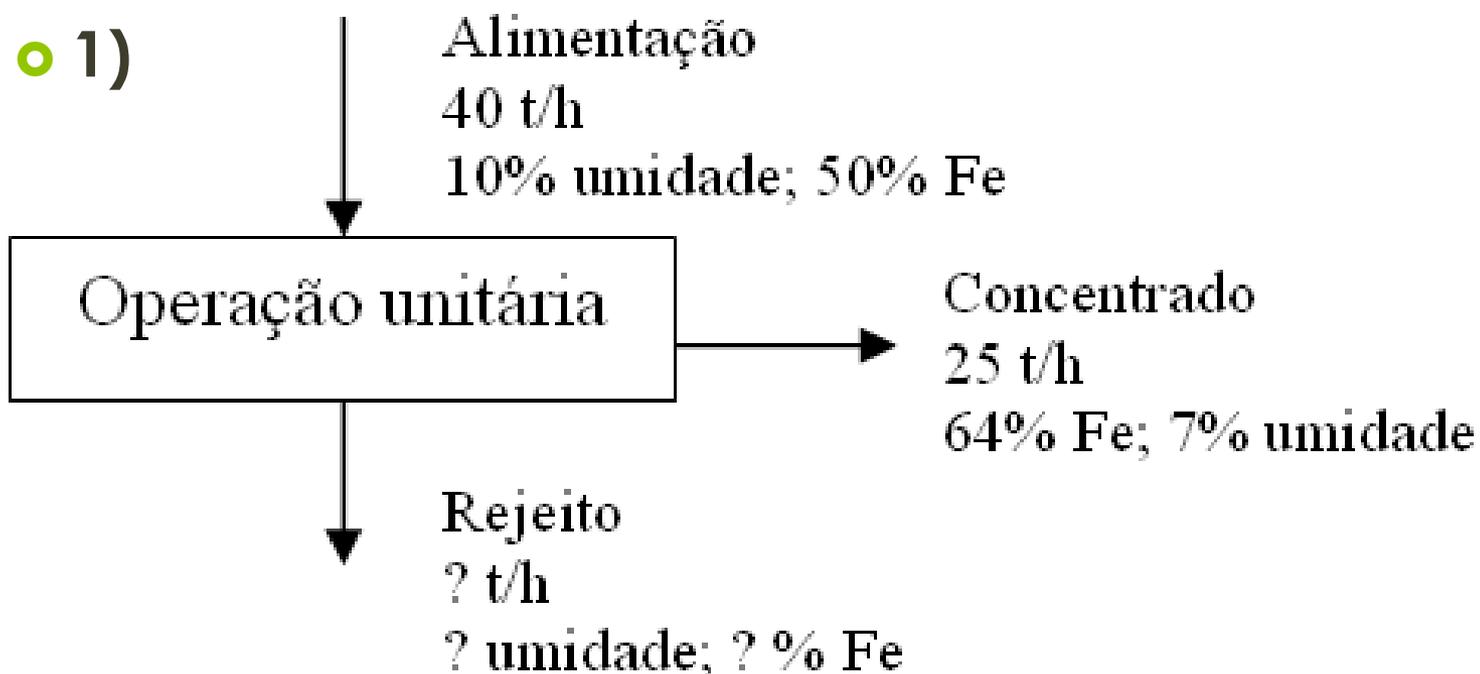
Identificação do fluxo	
t/h sólido.	t/h polpa
% sólidos	m ³ /h H ₂ O
umidade	m ³ /h pol.
t/h el. útil	% el. útil

7. Observações

- Balanço de massa não se resolve como exercícios de Cálculo;
- Não se resolve como são resolvidos os exercícios de Física;
- A resolução não é linear e sim ***iterativa***.

8. Exercícios

o 1)



8. Exercícios

- **2)** Uma concentração de minério de ferro feita em escala industrial apresenta os seguintes resultados:
 - Alimentação: 250 t/h (sólido);
 - % Fe na alimentação: 52,36;
 - % Fe no concentrado: 67,89;
 - % Fe no rejeito: 14,50.
- Calcular a produção de ferro (t/h) no concentrado e no rejeito e a recuperação de ferro (%) no concentrado

8. Exercícios

- **3)** Em uma usina foram alimentadas 352,3 t/h de minério com um teor de 2,4%, obtendo-se uma recuperação metalúrgica de 87,3%. Sabendo-se que o teor de mineral útil no concentrado é de 32%, calcule o teor de mineral útil no rejeito.

8. Exercícios

- **4)** Uma planta de concentração de minérios trata 800 t/h com teor de 12%. Produz-se um concentrado com 38% e um rejeito com 6%. Determine a massa de concentrado, a recuperação metálica, a relação de enriquecimento e de concentração.

8. Exercícios

- **5)** Em uma usina, a recuperação metálica que está sendo obtida é de 83,47%. Sabendo-se que são alimentadas 428,34 t/h de minério com 5% Pb (chumbo) e que o teor do concentrado é de 60% Pb, pede-se calcular:
 - a) Massa de Pb no concentrado;
 - b) Rejeição;
 - c) Massa de Pb no rejeito;
 - d) Teor do metal no rejeito.